

## СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ВЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ МОМЕНТОМ И РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТЬЮ МАШИНЫ ДВОЙНОГО ПИТАНИЯ

### Введение

Большинство алгоритмов векторного управления машиной двойного питания (МДП) базируются на использовании допущения о пренебрежимом влиянии активного сопротивления статора и условиях токового управления роторной цепью [1]. Такой подход позволяет существенно упростить систему управления, поскольку при нулевом сопротивлении статора векторы потокоцепления и напряжения статора ортогональны, благодаря чему полеориентирование может осуществляться в системе координат, ориентированной по вектору напряжения статора. Преимущества использования системы координат, связанной с вектором напряжения сети, обоснованы в [2] – [4]. В этих же работах авторами дано общетеоретическое решение проблемы асимптотической отработки заданных траекторий момента с одновременной стабилизацией реактивной мощности статора на нулевом уровне, которое не использует упрощающих допущений о пренебрежимости активным сопротивлением статора и токовым управлением ротором. Алгоритм [2] – [4] также может быть использован для регулирования момента с заданным значением реактивной мощности статора, отменным от нуля, однако асимптотичность отработки момента при этом нарушается [5].

В данной статье представлен метод синтеза нелинейного алгоритма управления МДП, который позволяет распространить решение [2] – [4] на случай асимптотического регулирования момента и реактивной мощности статора.

### Модель МДП и цели управления

Эквивалентная двухфазная модель симметричной МДП в синхронной системе координат (d-q), при условии линейности магнитных цепей, симметричном питании, может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \dot{\varepsilon}_0 &= \omega_0 \\
 \dot{\varepsilon} &= \omega \\
 \dot{\omega} &= \frac{1}{J} [M - M_c], \quad M = \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_1} (\Psi_{1q} i_{2d} - \Psi_{1d} i_{2q}) \\
 \dot{\Psi}_{1d} &= -\alpha_1 \Psi_{1d} + \omega_0 \Psi_{1q} + \alpha_1 L_m i_{2d} + u_{1d} \\
 \dot{\Psi}_{1q} &= -\alpha_1 \Psi_{1q} - \omega_0 \Psi_{1d} + \alpha_1 L_m i_{2q} + u_{1q} \\
 \dot{i}_{2d} &= -\gamma_2 i_{2d} + \omega_2 i_{2q} + \alpha_1 \beta_1 \Psi_{1d} - \beta_1 \omega \Psi_{1q} - \beta_1 u_{1d} + \frac{1}{\sigma_2} u_{2d} \\
 \dot{i}_{2q} &= -\gamma_2 i_{2q} - \omega_2 i_{2d} + \alpha_1 \beta_1 \Psi_{1q} + \beta_1 \omega \Psi_{1d} - \beta_1 u_{1q} + \frac{1}{\sigma_2} u_{2q}, \\
 \text{где } \alpha_1 &= \frac{R_1}{L_1}, \quad \sigma_2 = L_2 - \frac{L_m^2}{L_1}, \quad \gamma_2 = \frac{R_2}{\sigma_2} + \alpha_1 \beta_1 L_m, \quad \beta_1 = \frac{L_m}{L_1 \sigma_2}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Индексы 1, 2 используются для обозначения переменных статора и ротора соответственно; индексы d, q указывают на компоненты векторов в системе координат (d-q); переменные  $\Psi, i, u$  – обозначают потокоцепление, ток и напряжение соответственно;  $\varepsilon, \omega$  – угловое положение и скорость ротора;  $M, M_c$  – момент машины и нагрузки;  $\varepsilon_0, \omega_0$  – угловое положение и скорость системы координат (d-q) относительно стационарной системы координат статора (a-b). При ориентации системы координат по вектору напряжения сети  $u_{1d} = U_m, u_{1q} = 0, \omega_0 = \omega_1, \varepsilon_0 = \varepsilon_1$ . Параметры машины обозначены:  $L_1, L_2, L_m$  – индуктивности статора, ротора и главного магнитного потока,  $R_1, R_2$  – активные сопротивления статора и ротора. Одна пара полюсов принята без потери общности.

Переменные в системе координат (d-q) определяются с помощью преобразования

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_1^{(d-q)} &= e^{-j\varepsilon_1} \mathbf{x}_1^{(a-b)} \\
 \mathbf{x}_2^{(d-q)} &= e^{-j(\varepsilon_1 - \varepsilon)} \mathbf{x}_2^{(dr-qr)},
 \end{aligned} \tag{2}$$

где  $e^{-j\varphi} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ , а  $\mathbf{x}^{(y-z)}$  представляет двухмерный вектор напряжения, тока, или потокоцепления; индексы (dr, qr) обозначают векторы переменных в системе координат, связанной с ротором.

При условии, что угловое положение и скорость ротора, напряжение статора и токи ротора доступны для измерения, амплитуда и частота напряжения статора постоянны, а угловая скорость, задание для момента  $M^*$  и реактивной составляющей тока статора  $i_{1q}^*$  ограничены, необходимо синтезировать алгоритм управления, который гарантирует достижение следующих целей управления:

О1. Глобальную асимптотическую отработку заданного момента

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{M}) = 0, \quad (3)$$

где  $\tilde{M}$  – ошибка отработки момента  $\tilde{M} = M - M^*$ ;  $M^*$  – ограниченная траектория заданного момента с ограниченными первой и второй производными.

О2. Асимптотическую стабилизацию реактивной мощности статора на заданном уровне независимо от изменения угловой скорости ротора

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{i}_{1q}) = 0, \quad (4)$$

где  $\tilde{i}_{1q} = i_{1q} - i_{1q}^*$  – ошибка отработки реактивной компоненты тока статора.

О3. Ограниченность всех внутренних сигналов.

### Синтез алгоритма управления моментом и реактивной мощностью

Приняв условия токового управления ротором, сформируем компоненты вектора тока ротора в виде

$$\begin{aligned} i_{2d} &= \frac{1}{\Psi_{1q}^*} \left( \frac{2}{3} \frac{L_1}{L_m} M^* + \Psi_{1d}^* i_{2q} \right) \\ i_{2q} &= \frac{1}{L_m} \left( \Psi_{1q}^* + \frac{1}{\alpha_1} \dot{\Psi}_{1q}^* - L_1 i_{1q}^* \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Из (1) с учетом (5) уравнения динамики ошибок отработки потокосцеплений  $\tilde{\Psi}_{1q} = \Psi_{1q} - \Psi_{1q}^*$  и  $\tilde{\Psi}_{1d} = \Psi_{1d} - \Psi_{1d}^*$  запишутся

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\Psi}}_{1d} &= -\alpha_1 \tilde{\Psi}_{1d} + \omega_1 (\tilde{\Psi}_{1q} + \Psi_{1q}^*) + U_m - \dot{\Psi}_{1d}^* + R_1 \frac{2}{3} \frac{M^*}{\Psi_{1q}^*} + \Psi_{1d}^* \frac{\dot{\Psi}_{1q}^*}{\Psi_{1q}^*} - R_1 \frac{\Psi_{1d}^*}{\Psi_{1q}^*} i_{1q}^* \\ \dot{\tilde{\Psi}}_{1q} &= -\alpha_1 \tilde{\Psi}_{1q} - \omega_1 \tilde{\Psi}_{1d} - \omega_1 \Psi_{1d}^* - R_1 i_{1q}^*. \end{aligned} \quad (6)$$

Из второго уравнения в (6) задание для компоненты потокосцепления по оси d будет

$$\Psi_{1d}^* = -\frac{R_1}{\omega_1} i_{1q}^*. \quad (7)$$

С использованием (7) первое уравнение в (6) переписывается в виде

$$\dot{\tilde{\Psi}}_{1d} = -\alpha_1 \tilde{\Psi}_{1d} + \omega_1 (\tilde{\Psi}_{1q} + \Psi_{1q}^*) + U_m - \dot{\Psi}_{1d}^* + R_1 \frac{2}{3} \frac{M^*}{\Psi_{1q}^*} + \frac{R_1^2}{\omega_1} \frac{1}{\Psi_{1q}^*} i_{1q}^{*2} - \frac{R_1}{\omega_1} \frac{\dot{\Psi}_{1q}^*}{\Psi_{1q}^*} i_{1q}^*, \quad (8)$$

откуда, решая квадратное уравнение

$$\omega_1 \Psi_{1q}^{*2} + U_m \Psi_{1q}^* + R_1 \frac{2}{3} M^* + \frac{R_1^2}{\omega_1} i_{1q}^{*2} = 0, \quad (9)$$

получим выражение, определяющее заданное значение для потокосцепления по оси q:

$$\Psi_{1q}^* = \frac{-U_m - \sqrt{U_m^2 - 4R_1 \left( \frac{2}{3} \omega_1 M^* + R_1 i_{1q}^{*2} \right)}}{2\omega_1} \triangleq \frac{-U_m - \sqrt{g(M^*, i_{1q}^*)}}{2\omega_1}, \quad g > 0 \quad (10)$$

С учетом формирования заданий (7), (10), уравнения (6) преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\Psi}}_{1d} &= -\alpha_1 \tilde{\Psi}_{1d} + \omega_1 \tilde{\Psi}_{1q} + \frac{R_1}{\omega_1} i_{1q}^* - \frac{4R_1^2 (\omega_1 \dot{M}^*/3 + R_1 i_{1q}^* i_{1q}^*)}{-U_m \sqrt{g(M^*, i_{1q}^*)} - g(M^*, i_{1q}^*)} i_{1q}^* \\ \dot{\tilde{\Psi}}_{1q} &= -\alpha_1 \tilde{\Psi}_{1q} - \omega_1 \tilde{\Psi}_{1d}. \end{aligned} \quad (11)$$

В установившемся режиме работы ( $\dot{M}^* = 0$ ,  $i_{1q}^* = 0$ ) положение равновесия (11)  $\tilde{\Psi}_{1d} = \tilde{\Psi}_{1q} = 0$  асимптотически устойчиво, т.е.  $\lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{\Psi}_{1d}, \tilde{\Psi}_{1q}) = 0$ . При  $i_{1q}^* = 0$  третья компонента в правой части первого уравнения (11) равна нулю, а четвертая будет функцией только производной от заданного момента. Внешние возмущения в (11), обусловленные  $i_{1q}^* \neq 0$ ,  $\dot{M}^* \neq 0$ , масштабируются малым параметром  $R_1/\omega_1$  и, поэтому, в условиях реальных параметров МДП их действием можно пренебречь.

Ошибки отработки выходных координат при использовании синтезированного алгоритма (5), (7), (10) задаются выражениями

$$\tilde{M} = \frac{3}{2} \left[ -\frac{\dot{i}_{1q}^*}{\omega_1} \left( \alpha_1 + \frac{\dot{\Psi}_{1q}^*}{\Psi_{1q}^*} - R_1 \frac{\dot{i}_{1q}^*}{\Psi_{1q}^*} \right) \tilde{\Psi}_{1q} - \left( \frac{1}{L_1} \Psi_{1q}^* + \frac{1}{R_1} \dot{\Psi}_{1q}^* - \dot{i}_{1q}^* \right) \tilde{\Psi}_{1d} \right] + \frac{\tilde{\Psi}_{1q}}{\Psi_{1q}^*} M^*. \quad (12)$$

$$\tilde{i}_{1q} = \frac{1}{L_1} \tilde{\Psi}_{1q} - \frac{2 \left( \frac{1}{3} \omega_1 \dot{M}^* + R_1 \dot{i}_{1q}^* \right)}{\omega_1 \sqrt{g(M^*, i_{1q}^*)}}. \quad (13)$$

Из условия  $\lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{\Psi}_{1d}, \tilde{\Psi}_{1q}) = 0$  следует, что  $\lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{M}) = 0$ , при этом в установившемся режиме также  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{i}_{1q} = 0$ , то есть цели управления О.1, О.2 достигаются.

**Замечание 1.** Условие  $g > 0$  в уравнении (10) устанавливает физическое ограничение на момент, генерируемый МДП, при регулировании реактивной мощности, однако на практике это условие обычно выполняется при допустимых режимах работы МДП.

### Синтез алгоритма управления токами ротора МДП

В реальной МДП токи ротора не являются управляющими воздействиями, поэтому выходы регуляторов потока/момента  $(\dot{i}_{2d}, \dot{i}_{2q})$  в (5) являются заданными сигналами  $(i_{2d}^*, i_{2q}^*)$  для реальных токов ротора  $\dot{i}_{2d}, \dot{i}_{2q}$ , которые формируются управляющим вектором напряжения ротора МДП  $\mathbf{u}_2 = (u_{2d}, u_{2q})^T$  в модели (1).

При этом алгоритм управления токами ротора должен гарантировать, что ошибки отработки токов ротора

$$\tilde{i}_{2d} = \dot{i}_{2d} - i_{2d}^*, \tilde{i}_{2q} = \dot{i}_{2q} - i_{2q}^* \text{ асимптотически стремятся к нулю.}$$

Определив алгоритм управления токами как

$$\begin{aligned} u_{2d} &= \sigma_2 (\gamma_2 \dot{i}_{2d}^* - \omega_2 \dot{i}_{2q}^* - \alpha_1 \beta_1 \Psi_{1d}^* + \beta_1 \omega \Psi_{1q}^* + \beta_1 U_m + \dot{i}_{2d}^* - k_i \tilde{i}_{2d} - v_d) \\ u_{2q} &= \sigma_2 (\gamma_2 \dot{i}_{2q}^* + \omega_2 \dot{i}_{2d}^* - \alpha_1 \beta_1 \Psi_{1q}^* - \beta_1 \omega \Psi_{1d}^* + \dot{i}_{2q}^* - k_i \tilde{i}_{2q} - v_q), \end{aligned} \quad (14)$$

получим уравнения динамики ошибок отработки потокосцеплений статора и токов ротора в виде

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\Psi}}_{1d} &= -\alpha_1 \tilde{\Psi}_{1d} + \omega_1 \tilde{\Psi}_{1q} + \alpha_1 L_m \tilde{i}_{2d} \\ \dot{\tilde{\Psi}}_{1q} &= -\alpha_1 \tilde{\Psi}_{1q} - \omega_1 \tilde{\Psi}_{1d} + \alpha_1 L_m \tilde{i}_{2q} \\ \dot{\tilde{i}}_{2d} &= -(\gamma_2 + k_i) \tilde{i}_{2d} + \omega_2 \tilde{i}_{2q} + \alpha_1 \beta_1 \tilde{\Psi}_{1d} - \beta_1 \omega \tilde{\Psi}_{1q} - v_d \\ \dot{\tilde{i}}_{2q} &= -(\gamma_2 + k_i) \tilde{i}_{2q} - \omega_2 \tilde{i}_{2d} + \alpha_1 \beta_1 \tilde{\Psi}_{1q} + \beta_1 \omega \tilde{\Psi}_{1d} - v_q, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $k_i > 0$  – коэффициент пропорционального регулятора тока,  $v_d, v_q$  – дополнительные управляющие воздействия, которые будут рассмотрены далее. Покажем, что ошибки отработки токов ротора стремятся к нулю. Для этого рассмотрим следующую функцию Ляпунова

$$V = \frac{1}{2} \left[ (\tilde{\Psi}_{1d}^2 + \tilde{\Psi}_{1q}^2) + 2\varepsilon (\tilde{\Psi}_{1d} \tilde{i}_{2d} + \tilde{\Psi}_{1q} \tilde{i}_{2q}) + \frac{\varepsilon}{\beta_1} (\tilde{i}_{2d}^2 + \tilde{i}_{2q}^2) \right], \quad (16)$$

которая является положительно определенной при  $\varepsilon < 1/\beta$ .

Производная по времени от  $V$  с использованием (15) при  $v_d = v_q = 0$  равна

$$\dot{V} = -\alpha(1 - \varepsilon\beta) (\tilde{\Psi}_{1d}^2 + \tilde{\Psi}_{1q}^2) + [\alpha L_m - \varepsilon(\gamma + k_i)] (\tilde{\Psi}_{1d} \tilde{i}_{2d} + \tilde{\Psi}_{1q} \tilde{i}_{2q}) - \frac{\varepsilon}{\beta} \left( \frac{R_2}{\sigma} + k_i \right) (\tilde{i}_{2d}^2 + \tilde{i}_{2q}^2). \quad (17)$$

Из (17) следует, что для какого-либо  $k_i \geq 0$  существует  $\varepsilon < 1/\beta$  такое, что  $\dot{V} < 0$ , поэтому в силу теоремы об устойчивости Ляпунова положение равновесия

$$\mathbf{x}_e = (\tilde{\Psi}_{1d}, \tilde{\Psi}_{1q}, \tilde{i}_{2d}, \tilde{i}_{2q})^T = 0 \quad (18)$$

является глобально экспоненциально устойчивым, то есть

$$\|\mathbf{x}_e(t)\| \leq c \|\mathbf{x}_e(0)\| e^{-\lambda t}, \lambda > 0, c > 0. \quad (19)$$

Глобальная отработка потокосцеплений статора и токов ротора в соответствии с (19) осуществляется с ограниченными внутренними сигналами при выполнении физического ограничения МДП, задаваемого неравенством  $U_m^2 - 4R_1(2\omega_1 M^*/3 + R_1 i_{1q}^{*2}) > 0$ . Уравнения ошибок отработки момента и реактивной компоненты тока статора запишутся в виде

$$\tilde{M} = \frac{3}{2} \left[ -\frac{\dot{i}_{1q}^*}{\omega_1} \left( \alpha_1 - R_1 \frac{\dot{i}_{1q}^*}{\Psi_{1q}^*} \right) \tilde{\Psi}_{1q} - \left( \frac{1}{L_1} \Psi_{1q}^* - \dot{i}_{1q}^* \right) \tilde{\Psi}_{1d} \right] + \frac{\tilde{\Psi}_{1q}}{\Psi_{1q}^*} M^* + \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_1} \left[ \left( \tilde{\Psi}_{1q} + \Psi_{1q}^* \right) \tilde{i}_{2d} - \left( \tilde{\Psi}_{1d} - \frac{R_1}{\omega_1} \dot{i}_{1q}^* \right) \tilde{i}_{2q} \right] \quad (20)$$

$$\tilde{i}_{1q} = \left( \tilde{\Psi}_{1q} - L_m \tilde{i}_{2q} \right) / L_1 - 2 \left( \omega_1 \dot{M}^* / 3 + R_1 \dot{i}_{1q}^* \dot{i}_{1q}^* \right) / \omega_1 \sqrt{g(M^*, \dot{i}_{1q}^*)}.$$

В соответствии с (19) и структурой уравнений (20) устанавливаем, что ошибки отработки момента и реактивной мощности ограничены и асимптотически стремятся к нулю в установившемся режиме, т.е. цели управления О1 и О2 достигаются.

Результирующие уравнения динамики ошибок отработки момента, реактивной компоненты тока статора и внутренних сигналов определяются (15), (20), а уравнения алгоритма управления моментом и реактивной мощностью задаются (5) (при замене  $\dot{i}_{2d}, \dot{i}_{2q}$  на  $\dot{i}_{2d}^*, \dot{i}_{2q}^*$ ), (7), (10) и (14).

**Замечание 2.** Предложенное решение отличается от существующих алгоритмов управления МДП тем, что оно не основывается ни на прямой, ни на косвенной ориентации по вектору потокосцепления, которая нарушается при регулировании реактивной мощности статорной цепи. Предложенный алгоритм использует ориентацию по вектору напряжения статора с косвенным управлением амплитудой и угловым положением вектора потокосцепления статора МДП.

Структура уравнений (15) такова, что позволяет дополнить алгоритм регулирования токов ротора (14) компонентами интегрального действия [4] в виде  $\dot{v}_d = k_{ii} \tilde{i}_{2d}, \dot{v}_q = k_{ii} \tilde{i}_{2q}$ , где  $k_{ii} > 0$  коэффициент интегральной составляющей регулятора тока. При этом свойство глобальной экспоненциальной устойчивости положения равновесия  $(\tilde{\Psi}_{1d}, \tilde{\Psi}_{1q}, \tilde{i}_{2d}, \tilde{i}_{2q}, v_d, v_q)^T = 0$  сохраняется [3].

Реальные управляющие напряжения, прикладываемые к ротору, определяются в соответствии с преобразованием координат:

$$\begin{pmatrix} u_{2dr} \\ u_{2qr} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon_1 - \varepsilon) & -\sin(\varepsilon_1 - \varepsilon) \\ \sin(\varepsilon_1 - \varepsilon) & \cos(\varepsilon_1 - \varepsilon) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_{2d} \\ u_{2q} \end{pmatrix}, \quad (21)$$

где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon$  соответственно угловое положение вектора напряжения сети и угловое положение ротора МДП.

## Выводы

С использованием второго метода Ляпунова разработан метод синтеза нелинейного алгоритма векторного управления МДП, который в условиях измеряемости вектора напряжения статора, вектора тока ротора, углового положения и скорости ротора гарантирует асимптотическое регулирование момента и реактивной компоненты вектора тока статора (при  $\dot{M}^* = 0, \dot{i}_{1q}^* = 0$ ). Показано, что в случае изменяющихся во времени заданий динамические ошибки ограничены, а их максимальные значения могут быть уменьшены за счет ограничения  $\dot{M}^*, \dot{i}_{1q}^*$ .

Рассмотренный тип векторного управления концептуально отличается от классического, основанного на полиориентировании, и может быть классифицирован как косвенное векторное управление моментом и вектором потокосцепления статора, регулирование компонент которого обеспечивает развязанное управление моментом и реактивной мощностью статора. Эффективность синтезированного алгоритма подтверждается результатами экспериментальных исследований, приведенных в [6], [7].

## Литература

1. Leonhard W. Control of Electric Drives. – Berlin: Springer-Verlag. – 1996. – 420p.
2. Peresada S., Tilli A., Tonielli A. Robust Active-Reactive Power Control of a Doubly-Fed Induction Machine // Proc. of IEEE - IECON'98, Aachen, Germany. – Sept. 1998. – P. 1621 – 1625.
3. Peresada S., Tilli A. and Tonielli A. Indirect stator flux-oriented output feedback control of the doubly fed induction machine // IEEE Trans. on Control Systems Technology. – November 2003. – Vol. 11, No. 6. – P. 875–888.
4. Пересада С. М., Шаповал И. А. Управление моментом и реактивной мощностью асинхронной машины двойного питания на основе косвенной ориентации по вектору потокосцепления статора. // Технічна електродинаміка. – 2002. – №6. – С 13 – 19.
5. Пересада С.М., Король С.В. Аналитическое исследование алгоритмов управления моментом и реактивной мощностью статора машины двойного питания // В настоящем сборнике.
6. Пересада С.М., Шаповал И.А., Михальський В.М., Соболев В.М., Чехет Е.М. Векторне керування моментом і реактивною потужністю машини подвійного живлення з матричним перетворювачем // Вестник Национального технического университета „ХПИ”, «Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика». – 2008. – С. 72 – 77.
7. Peresada S., Shapoval I., Asher G., Clare J. Torque and Reactive Power Control of Doubly-Fed Induction Machine with Matrix Converter // Proc. of IEEE International Symposium on Industrial Electronics, ISIE, Cambridge, UK. – June 2008.